ALGORÍTMICA NUMÉRICA: Examen Computacional 1 3S2MB 10 Octubre 2019

DURACIÓN: 90 Minutos

Ejercicio 1 (50 puntos)

Vamos a aproximar la función $f(x) = x\cos(x)$ utilizando la siguiente serie:

$$x\cos(x) \simeq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{(2n+1)}$$

a) Calcular el valor exacto (calculado por Matlab) y aproximado para $x = \pi$ sumando los primeros 13 términos de la serie (n=[0:12]), sin utilizar bucles (for, while, etc). Calcular el error relativo de la aproximación y el número de cifras significativas que se obtiene. Mostrar los resultados (e incluirlos en la hoja de respuestas) con el siguiente formato:

'Valor exacto %.15f aproximado %.15f error relativo %.15f cifras significativas %d \n'

b) Calcular el valor aproximado para $x = \pi$ mediante un bucle *while* que irá sumando términos de la serie hasta alcanzar 10 cifras significativas en la aproximación. En cada iteración debe mostrarse (e incluirse en la hoja de respuestas) la siguiente información:

'Número de términos de la serie %d Número de Cifras obtenidas %d \n'

¿Cuántos términos de la serie utilizarías para obtener la mejor aproximación posible?

c) Calcular los valores exactos de $f(x) = x\cos(x)$, para x=[π:0.1:2π] y aproximados utilizando los 11 primeros términos de la serie (n=[0:10]). Dibujar una gráfica del número de cifras significativas obtenidas para cada valor de x. (*'g*'*). Comenta el comportamiento de la aproximación en función de los valores de x.

Nota: Se puede emplear la función factorial(n) de Matlab.

Ejercicio 2 (50 puntos)

Dada las funciones $f(x) = \log(x+1) - \log(x)$ y $g(x) = \log(1 + \frac{1}{x})$,

a) Escribir dos funciones Matlab (un fichero para f(x) y otro para g(x)) que permitan evaluar las funciones f(x) y g(x) para un vector x.

b) Evaluar las funciones f(x) y g(x) en los puntos x=10.^n con n=[0:15]. Dibujar en una gráfica ambas funciones en función de los valores de n. (f(x) 'b' y g(x) 'g'). ¿Son iguales las 2 funciones? ¿Cuál de las 2 usarías para evaluar x=10^5 en MATLAB? ¿Por qué para x=10^20 la función g(x) devuelve 0?

c) Calcular y representar en una gráfica el error relativo al evaluar x con f(x) y g(x) en función de n utilizando una escala adecuada. Comentar y justificar el comportamiento del error relativo para los valores de x.